MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 8
11.12.2019

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. *(Frühjahr 2003, Thema 2, Aufgabe 5)*
   Bestimmen Sie alle Lösungen mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$ des folgenden Anfangswertproblems
   $$y''' - 2\,y'' + 5\,y' = 0 \qquad \text{mit} \quad y(0) = 0,\; y'(0) = -3,\; y''(0) = -11$$

2. *(Herbst 2013, Thema 3, Aufgabe 5)*
   Bestimmen Sie alle Paare $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, so daß jede (reelle) Lösung der Differentialgleichung
   $$y'' - 2ay' + by = 0$$
   auf $\mathbb{R}$ beschränkt ist.

3. a) Zeigen Sie: Sind $b_1, b_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen und ist φ_1 eine (auf $\mathbb{R}$ definierte) Lösung von
   $$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1y' + a_0y = b_1(x) \qquad (\star_1)$$
   sowie φ_2 eine (auf $\mathbb{R}$ definierte) Lösung von
   $$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1y' + a_0y = b_2(x)\ , \qquad (\star_2)$$
   so ist $\varphi_1 + \varphi_2$ eine Lösung von
   $$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1y' + a_0y = b_1(x) + b_2(x)\ . \qquad (\star)$$

   b) Bestimmen Sie mit Hilfe von a) die allgemeine Lösung von
   $$y'' - 3y' + 2y = x + e^x.$$

4. *(Frühjahr 2019, Thema 2, Aufgabe 5)*
   Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$, so daß die Lösung des Anfangswertproblems
   $$y''(x) - y(x) \;=\; -x + 1 \qquad \text{mit } y(0) = 1,\; y'(0) = a$$
   die Bedingung
   $$y(1) = 2e$$
   erfüllt.

Abgabe bis 18.12.2019, 14:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).